

Musikstunde

Aus-gerechnet (1-5)

Folge 3: Bach und Zahlenkonstrukte

Von Sabine Weber

Sendung vom 4. März 2025

Redaktion: Dr. Bettina Winkler

Produktion: SWR 2026

SWR Kultur können Sie auch im **Webradio** unter www.swrkultur.de und auf Mobilgeräten in der **SWR Kultur App** hören.

Bitte beachten Sie:

Das Manuskript ist ausschließlich zum persönlichen, privaten Gebrauch bestimmt. Jede weitere Vervielfältigung und Verbreitung bedarf der ausdrücklichen Genehmigung des Urhebers bzw. des SWR.

Die SWR Kultur App für Android und iOS

Hören Sie das Programm von SWR Kultur, wann und wo Sie wollen. Jederzeit live oder zeitversetzt, online oder offline. Alle Sendung stehen mindestens sieben Tage lang zum Nachhören bereit. Nutzen Sie die neuen Funktionen der SWR Kultur App: abonnieren, offline hören, stöbern, meistgehört, Themenbereiche, Empfehlungen, Entdeckungen ...

Kostenlos herunterladen: <https://www.swrkultur.de/app>

Heute dechiffrieren wir unter anderem in Musik eingeschriebene Zahlen mittels Zahlenquadraten.

Titelmusik

„Musik erzeugt gerade durch die Konstruktion emotionale Wirkung“. Das hat der Musikwissenschaftler, Musiker und Bachspezialist Joshua Rifkin einmal in einem Interview behauptet. Wir ergänzen zur „Konstruktion“ heute noch die Zahlen. „Zahlenkonstruktion!“ Und „emotionale Wirkung und Zahlenkonstruktion seien nicht von einander zu trennen“, so Rifkin weiter. Das stellen wir heute auf den Prüfstein.

Ich bin Sabine Weber und begrüße Sie mit diesem klingenden Zahlenrätsel.

Musik 3.1

Johann Sebastian Bach: Quaerendo invenietis Canon à 4 aus Musikalischem Opfer BWV 1079
Sigiswald Kuijken (Geige)

Wieland Kuijken (Viola da Gamba)

Robert Kohnen (Cembalo)

DHM 28766 83522

2'13

Unverkennbar Bach. „Wenn Ihr sucht, werdet Ihr finden“ - „Quaerendo invenietis“ hat Johann Sebastian über diesen zweiten Rätselkanon, den 4stimmigen aus dem *Musikalischen Opfer* gesetzt. Die Interpreten müssen nämlich selbst herausfinden, auf welche Zählzeit die nächsten Stimmen einzusetzen haben. Hier waren das Sigiswald und Wieland Kuijken, Geige und Gambe, sowie Robert Kohnen, der auf dem Cembalo mit den beiden ersten Stimmen angefangen hat.

Bach, da ist sich eine Richtung der Analysetradition sicher, liebte Rätsel und operierte mit Zahlen. $B+A+C+H$ nach dem Zahlenalphabet zusammengezählt ergibt 14. Und das wird ernst genommen! $B+A+C+H = 14$ betitelte das Bachhaus Eisenach sogar eine Sonderausstellung, die im März 2014 – bestimmt kein Zufall - der Frage nach den Zahlen in Bachs Musik nachgegangen ist.

Bachs Buchstaben gematrisch, also nach Zuordnung mit Zahlen: $A=1$, $B=2$ undsoweiter, ergibt nach Addition die 14. Ikonografen deuteten also die 14 Knöpfe auf Bachs berühmten Elias-Hausmann-Porträt als Monogramm.

Nicht von ungefähr, so die Analysetradition, fasste Bach am Ende seines Lebens die Quintessenz seines Könnens in 14 Kanons. 14 Miniaturen auf das Bass-Motiv der Goldbergvariationen. Die 14 Kanons hören wir gleich auch noch. Die *Kunst der Fuge*, die ebenfalls als das Vermächtnis Bachs gilt, enthält 14 „Contrapuncti“.

JSB, die Initialen von Johann Sebastian Bach, ergeben gematrisch zusammengerechnet 29. Wie auch SDG, die Initialen, mit denen Bach viele seiner Werke unterschrieb.

Die Initialen sind eine Abkürzung für „Soli Deo Gloria“. Das bedeutet soviel wie „Allein Gott die Ehre“.

Im Barockzeitalter galten solche Zahlenspiele durchaus als gelehrt. Und in Bachs Werken verbergen sich eine Menge von Zahlenbotschaften, die durch Zählen von Takten, Einsätzen - das haben wir ja auch schon in der gestrigen Folge nachvollzogen – sogar anhand von Notenwerten entschlüsselt

werden können. Konstrukte, die „neudeutsch“ einen Mehrwert erzeugen. Nach Rifkin einen emotionalen Mehrwert.

Übrigens trafen solche Zahlenspiele auch noch auf späteres Interesse.

Von Wolfgang Amadeus Mozart ist eine Zahlenspielerei für zwei Würfel aufgetaucht. Mozart hat eine „Anleitung (entworfen) so viel Walzer oder Schleifer, mit zwei Würfeln, zu componiren, so viel man will, ohne musikalisch zu seyn, noch etwas von der Composition zu verstehen“. Nach Mozarts Anleitung soll der Spieler mit zwei Würfeln insgesamt 16 Mal würfeln. Dadurch werden 16 Takte nach 2 Zahlentafeln aus einem von Mozart gefüllten Taktfundus ausgewählt. Sie lassen einen Walzer hören, den der Würfel-Spieler also mit Hilfe des Zufalls zusammensetzt. Ist Mozart also der Urfinder der *Aleatorik* – einer durch den Zufall bestimmten Musikausrichtung?, denn *Aleatorik* kommt von Würfel. Das wäre eine gewagte Behauptung. Allein, wenn Sie jetzt das Ergebnis hören. Ich habe eine Aufnahme pur dieses Experiments entdeckt. Die Tage Alter Musik in Knechtsteden haben Mozarts Komponieranleitung mit Kindern ausgetestet. Und Christian Rieger hat die ersten erwürfelten 16 Baustein-Takte auf dem Cembalo gespielt.

Musik 3.2.1 Hier kurz anspielen 37:13 – 37:31 Länge 0'18 (Eigenaufnahme)

16 Takte aus dem Würfelwalzer oder Menuett, es klingt nämlich eher nach Menuett.

Im „Verzeichnüß aller meiner Werke ist der Würfel-Walzer jedoch nicht enthalten...“ hat Mozart erklärt. Das Ergebnis war wohl zu amateurhaft. Obwohl die beiden Zahlentafeln mit den Koordinaten arabisch 2 bis 12 und römisch 1 bis 8, mit den Zahlen 1-176 in den Zahlenquadraten eingeschrieben, eindrucksvoll sind. Sie weisen auf die auf einem nächsten Blatt auskomponierten zu erwürfeln 176 Takte. 11 mal 16 Takte mit Melodie plus Basslinie sind also möglich.

Für Mozart eine Spielerei. Wie auch für diese Volksmusikbanda, die sich den Spaß erlaubt hat, die Bausteine auf verschiedene Instrumente wie folgt zu verteilen. Da durfte es auch ein bisschen scheppern.

Musik 3.2.2

Wolfgang Amadeus Mozart: Musikalisches Würfelspiel für Klavier C-Dur KV 516f KV Anh 294d, bearbeitet von Andreas Schett für Ensemble

Franui

COL LEGNO 20445

2'56

Ein bisschen sind die Mitspieler der Tiroler Musikbanda Franui sogar aus der Tonart gefallen. Das war Wolfgang Amadeus Mozarts *Musikalisches Würfelspiel*, eigentlich für Klavier in C-Dur, mit den Zahlen 1-6 auf zwei Würfeln, also addierten Würfelzahlen zu ermitteln. Unter der Leitung von Trompeter Andreas Schett erwürfelte sich hier Franui sein spezielles Divertimento für Klarinette, Saxofon, Posaune, Zither, Geige und Kontrabass. Eine „Gebrauchsmusik“ wider die Langeweile, so wird im Booklet der CD gesagt. Zur Unterhaltung seiner Zeitgenossen sei dieses Kompositionsexperiment auch entworfen worden. Die von Mozart vorgegebenen Takte bestehen übrigens aus Melodie und Bass. Ein bisschen vom Blatt spielen muss man schon können. Sollten Sie das mal ausprobieren und sich einen Mozart-Walzer mit Würfelzahlen ausrechnen wollen, das musikalische Würfelspiel ist beim Schott-Notenverlag herausgegeben worden.

„Ausgerechnet“ lautet die Überschrift über dieser Musikstundenwoche hier in SWR Kultur. Und jetzt kommen wir zu einem 12Tonspiel. Und NICHT zu Schönberg.

Der Wiener Komponist Hauer stand zeitlebends im Schatten Arnold Schönbergs. Obwohl er noch vor Schönberg mit einer Bausteintechnik die 12Tonmusik entwickelt hat. Sein Klavierwerk *Nomos* op. 19 von 1919 – 19 19 19 kein Zufall - gilt heute offiziell als die erste 12Tonkomposition. Drei Jahre später entwickelte Hauer noch 44 Tropen aus Hexachorden als weiteres Spielmaterial. Auch das ist ein Zahlenspiel. Sechs Hexachordtöne ordnete er in 44 Doppeltakten auf zwei Tropentafeln an. Entweder als Linie, oder zwei halbierte Linien, versetzt. Oder als Akkorde, immer anders. Mit diesen Tropen sollten alle denkbaren 12Tonmelodien erfasst werden können.

Wie eine Rechnung auf 274.715.200 Möglichkeiten kommt, erspare ich Ihnen. Dieser jemand hat übrigens auch errechnet, dass Hauer um alle Kombinationen zu bekommen, eigentlich 77 Tropen gebraucht hätte. 33 hat er also bei seinen 44 Tropen unterschlagen. 33, 44, 77 – das sind doch auch alles „schöne Zahlen“. Schnapszahlen. In einem zwölftönigen Kontinuum sollten die Kompositionsspiele dann sogar auf eine kosmologische Bedeutungsebene gelangen. Eine ganz persönliche Esoterik hat Hauer hierzu auch noch entwickelt.

Hauer blieb unbeachtet, im Musikbetrieb ein Außenseiter, und nur wenige seiner Werke, er hat sogar Opern komponiert, wurden zeitlebends aufgeführt. Kommt erschwerend heute hinzu, dass Hauer Antisemit war. Sein Antisemitismus richtete sich natürlich vor allem gegen den Juden Schönberg. Schlussendlich traf den Nichtjuden Hauer noch die Ächtung Joseph Goebbels. 1935 wurde Hauers Musik als entartet verboten.

Für den Ausnahmepianisten Herbert Henck war Hauers Klaviermusik eine große Entdeckung. Und in seine Interpretation von *Nomos*, mit dem Hauer seinen 12tönigen Weg beschritt, hören wir hinein...

Musik 3.3

Wolfgang Matthias Hauer: *Nomos* op. 19 (1919)

Herbert Henck (Klavier)

WERGO 6609-2

7'22

„Das Musikalisch-Mathematische, das Intuitive muß den höchsten Rang im geistigen Leben des Menschen einnehmen, weil es mit der Wahrheit und Wirklichkeit, mit der ‚geistigen Realität‘ in engster Fühlung lebt, zum allüberschauenden Gipfel menschlicher Erkenntnis führt, zum großen Welterleben, während das Begrifflich-Wortsprachliche, das Ideenhafte nur zu leicht ‚tendenziös‘ in Geschwätz und Lüge ausartet ...“ So Wolfgang Matthias Hauer, Komponist der eben gehörten Klaviermusik, die als erste 12tönige Komposition in den Annalen steht.

Und jetzt kommen wir endlich zu den versprochenen 14 Goldbergkanons, wie Reinhard Goebel die folgenden 14 kontrapunktischen Miniaturen nennt.

Auf die letzte Seite des verbleibenden Papiers am Ende seines persönlichen Druck-Exemplars der sogenannten Goldbergvariationen notierte Johann Sebastian Bach handschriftlich diese 14 Kanons. Was hat es mit diesen 14 Miniaturen, keine länger als eine Minute, auf sich, die allesamt auf die acht

ersten Noten des Aria-Basses der Goldbergvariationen passen? Mit dem leicht modifizierten 13. und vorletzten Kanon ließ sich Bach auf dem eingangs schon erwähnten Bach-Portrait von Elias Hausmann – sie erinnern sich? 14 Knöpfe? - abbilden. Es zeigt den 61jährigen im Jahr 1741. In der Hand hält er den *Canon triplex à 6 Voces*. Die Überschrift ist über den Noten auf dem Blatt, das er in der Hand hält, genau zu entziffern. Man weiß, dass Bach in die *Korrespondierende Societät der Musicalischen Wissenschaften* aufgenommen werden wollte. Warum ließ sich Bach aber mit diesem Werk, und nicht mit der großen Fuge aus seiner h-Moll Messe abbilden, oder seinen großen Passionen? Für welche Bachische Quintessenz sollte dieser, respektive die 14 Kanons stehen, mit denen Bach sich hier als Musikalischer Wissenschaftler ausweist? Einfacher Kanon, Spiegelkanon, Krebs, Spiegelkrebs und ein nur um ein Sechzehntel verschobener Kanon, fünf-, sechsstimmiger Doppel- und Trippelkanon, in den Notenwerten augmentiert und diminuiert ...
Hören Sie mal selbst!

Musik 3.4

Johann Sebastian Bach: 14 Canons über die ersten acht Fundamental-Noten vorheriger Arie BWV 1087

Musica Antiqua Köln

POLYDOR 463206-2

6'19

Eine ganz frühe Aufnahme mit Musica Antiqua Köln. Die 14 Kanons über die ersten acht Fundamental-Noten der Goldbergarie. Warum Reinhard Goebel unbedingt diese hochgeistig durchdrungenen Miniaturen im Nachgang zur ebenfalls aufgenommenen *Kunst der Fuge* gesellte und publik machen wollte? Ich habe ihn gefragt, und er hat sich an diese Aufnahme mehr als 40 Jahre zurückliegende sofort erinnert. Er habe hören lassen wollen „wie toll das Geistige bei Bach auch noch klingt“. Obwohl es Zahlenspiele seien. Sogar ein Kanon, in dem die Geigen sich in einem 16tel Abstand verfolgen...“

Vielleicht sind nicht die 14 „Contrapuncti“ aus der *Kunst der Fuge*, sondern diese 14 Goldbergkanons Johann Sebastian Bachs Vermächtnis. Sie gelten jedenfalls als wichtiger Beweise für Bachs Zahlenglaube. Beim Hören, so Goebel, sollten aber unbedingt die Noten mitgelesen werden. Nur so sei die geistige Essenz dieses Spätwerks voll zu erfassen. ...

Sie sind bei der SWR Kultur Musikstunde, die diese Woche unter dem Titel Aus-gerechnet nachzählt, mitzählt, Zahlen deutet und jetzt einer ziemlich komplizierten Zahlenkonstruktion auf der Spur ist. Machen Sie Sudoku?

Bevor wir Peter Maxwell Davies 9 mal 9 Gitter studieren, erst mal das Werk in Originalversion, das er mithilfe seiner selbst entworfenen Zahlentafel-Methode noch einmal neu komponiert.

Musik 3.5

Anon.: Ave Maris Stella, Antiphon

Ensemble vocal de Notre-Dame de Paris

Leitung: Sylvain Dieudonné

Maîtrise de Nôtre Dame de Paris MNSDP 003 2012

0'33

Die Antiphon *Ave Maris Stella* mit dem Ensemble vocal de Notre-Dame unter Sylvain Dieudonné. 1975 komponierte Peter Maxwell Davies ausgehend von dem Titel dieser Antiphon sein, wie behauptet wird, feinstes und wichtigstes Kammermusikwerk. Das *Ave Maris Stella* für Flöte, Klarinette, Marimba, Klavier, Viola, und Violoncello. Ob Sie etwas von dieser Antiphon gleich erkennen werden, ich bin gespannt.

In den 1960ern galt Maxwell Davies zwar als *Enfant terrible* der Neuen Musik, konnte sich in der britischen Musikszene aber mit schockierenden Erfolgen, wie zum Beispiel dem Ein-Mann-Bühnenwerk *Eight songs for a Mad King*, durchsetzen. Er schrieb *The Lighthouse*, eine Oper über einen mysteriös verschwundenen Leuchtturmwärter auf den Flannan Isles und avancierte unaufhaltsam zu einem der berühmtesten Insel-composer. 2004 erhielt er sogar für 10 Jahre den Prestigeträchtigen Titel *Master of Queens music*. 1972 zog er auf die schottischen Orkney Inseln um, wo er 2016 verstorben ist. Was kaum jemand weiß, dort hat Maxwell Davies jahrelang mit magisch scheinenden Zahlenquadraten gearbeitet. Ob Sudoku-Zahlenrätsel ihn dazu animiert haben, hätte ich ihn gern gefragt.

Das Zahlenquadrat, das er für die Kammermusik *Ave Maris Stella* benutzt hat, basiert ebenfalls auf 9 mal 9 Zahlen. Es beginnt mit der 1 in der linken oberen Ecke. Also Zahl plus einer Tonangabe. 1 - Cis. Es wird zunächst immer eine 5 addiert. Nach 1 folgt in der ersten Reihe also die 6. $6 + 5$ ergibt aber 2. Denn Maxwell Davies zählt nur bis 9 und fängt dann wieder bei 1 an. Also finden sich in der ersten waagerechten Reihe alle neun Ziffern so ausgerechnet. Die zweite Reihe beginnt mit der Zahl auf der zweiten Position der ersten Reihe, also der 6. Die dritte Zeile mit der 3. Zahl der ersten Reihe usw. Die Diagonale von links oben nach rechts unten ist die Zahlenreihe 1 – 9. Sämtliche Diagonalen irgendeiner Zahl nach rechts unten sind also normale Zahlenfolgen. Die Diagonalen von den oberen Zahlen nach links weisen immer dieselben Zahlen auf. Die Diagonale von ganz rechts oben nach links unten hat immer eine 5.

Wie Maxwell Davies jetzt diesen Zahlen Töne zuordnet, bleibt sein Geheimnis. Jede waagerechte Reihe verwendet jedenfalls alle diatonischen Tonnamen, je nachdem mit Kreuz erhöht dazu Halbtöne eingestreut. Eine Ordnung konnte ich nicht erkennen.

Aber das schon: die Töne einer Reihe verwendet Maxwell Davies als Melodien. Beispielsweise beginnt das Cello mit den Noten der ersten waagerechten Reihe. Der Klavierpart spielt zuallererst die letzte Reihe rückwckwärts. Die Altflöte beginnt mit dem zweiten Notenwert der 2. Reihe. Die Bratsche beginnt mit denselben Noten wie das Klavier, aber rhythmisch in Quintolen notiert im Verhältnis 5:3. Die Marimba fungiert als Verbindungsklangproduzent und greift Töne der anderen Stimmen auf.

Eine Menge kompositorischer Entscheidungen formen also das zahlenquadratische Material.

„Schematisch könne man mit seinem Zahlenquadrat nicht arbeiten“, erklärte Maxwell Davies in einem Interview. – „Voraussetzung sei“, so Maxwell Davies, „die Zahlennoten auswendig zu kennen und zu verinnerlichen. Sonst sei man im Umgang mit diesen strengen Prinzipien nicht frei ...“

Musik 3.6

Peter Maxwell Davies: Ave Maris Stella

Nash Ensemble

Leitung: Dominic Muldowney

[WDR] 6069210103.001.001, 8'00

Nach einem 9 mal 9 Zahlenquadrat komponiert. Das *Ave Maris Stella* von Peter Maxwell Davies, hier in einer Aufnahme mit dem Nash Ensemble unter Dominic Muldowney. Eines der wichtigsten Werke im Oeuvre des britischen Komponisten, der 2016 auf den Orkneys verstorben ist.

Zahlenquadrate faszinieren seit dem Mittelalter. Der spätantike Neuplatoniker Boethius versuchte übrigens in seiner *De institutione musica*, Musik nur mittels Zahlen zu erklären. Zahlen dienten ihm als Erklärungsmuster für die Tonleiter. Die Notenlinien waren zu seiner Zeit noch nicht erfunden.

Eine magische Zahlentafel hat uns auch Albrecht Dürer mit seinem berühmten Melanco'lia-Engelstich hinterlassen. Im Hintergrund des Stiches hängt es an der Wand. Ein Summenquadrat mit 86 Summenkombinationen der Zahl 34. Das und mehr steht im Magazin *Spektrum der Wissenschaften* in einem Beitrag über „Edle magische Quadrate“ nachzulesen. Und auch, dass Dürer das Entstehungsjahr 1514 in der untersten Zeile erscheinen lässt. Das war das Todesjahr seiner Mutter, und hat bei Dürer möglicherweise den melancholischen Engel als Ausdruck seiner eigenen Psyche auf den Plan gerufen. Uns interessiert jetzt, dass der Bonner Cellist, Campanula-Spieler, und Komponist Michael Denhoff die Zahlen dieses Quadrates im Mittelsatz seines Orchesterwerkes *Melancolia. Annäherungen an einen Kupferstich von Dürer* für kleines Orchester 1980 mit Akkordzuordnungen in Klang übersetzt hat. Analog zu Dürers Zahlenquadrat ergeben jeweils vier dreitönige Akkorde – horizontal, vertikal, diagonal usw. gelesen stets alle 12 Töne. Also auch ein Summenkombinationsspiel. Hören wir, welche emotionale Wirkung dieses Zahlenkonstrukt auslöst. 2008 wurde das Werk im Münsteraner Stadttheater mit dem Sinfonieorchester Münster unter Fabrizio Ventura gespielt und mitgeschnitten.

Musik 3.7

Michael Denhoff: Magisches Quadrat aus Melancolia op. 26 für kleines Orchester

Sinfonieorchester Münster

Leitung: Fabrizio Ventura

WDR EIGENPROD 6164531102

6'29

Das *Magische Quadrat* aus *Melancolia op. 26* für kleines Orchester vom Bonner Komponist Michael Denhoff - in Anlehnung an Albrecht Dürers Magisches Quadrat auf seinem Stich *Melancolia* entstanden. Wir hörten das Sinfonieorchester Münster unter Fabrizio Ventura.

Damit sind wir am Ende unserer heutigen Rechnungen mit Zahlenquadraten.

Morgen geht es unter anderem um die Fibonacci-Reihe, die mit jedem Zahlenverhältnis dem Goldenen Schnitt näher kommt.

Seien Sie herzlichst eingeladen, wieder mit dabei zu sein.

Ihre

Sabine Weber