

Musikstunde

## **Aus-gerechnet (1-5)**

Folge 4: Der Goldene Schnitt

Von Sabine Weber

Sendung vom 5. März 2025

Redaktion: Dr. Bettina Winkler

Produktion: SWR 2026

SWR Kultur können Sie auch im **Webradio** unter [www.swrkultur.de](http://www.swrkultur.de) und auf Mobilgeräten in der **SWR Kultur App** hören.

---

### **Bitte beachten Sie:**

Das Manuskript ist ausschließlich zum persönlichen, privaten Gebrauch bestimmt. Jede weitere Vervielfältigung und Verbreitung bedarf der ausdrücklichen Genehmigung des Urhebers bzw. des SWR.

---

### **Die SWR Kultur App für Android und iOS**

Hören Sie das Programm von SWR Kultur, wann und wo Sie wollen. Jederzeit live oder zeitversetzt, online oder offline. Alle Sendung stehen mindestens sieben Tage lang zum Nachhören bereit. Nutzen Sie die neuen Funktionen der SWR Kultur App: abonnieren, offline hören, stöbern, meistgehört, Themenbereiche, Empfehlungen, Entdeckungen ...

Kostenlos herunterladen: <https://www.swrkultur.de/app>

Diese Woche wird ausgerechnet. Und heute nähern wir uns dem sagenhaften Goldenen Schnitt!

## Titelmusik

Ich bin Sabine Weber. Herzlich Willkommen.

Bewusst oder unbewusst haben Komponisten seit Guillaume Dufays Zeiten in vielfältiger Art und Weise auf Zahlenfolgen zurückgegriffen. Die Fibonacci-Reihe ist eine der prominentesten. Erfunden hat sie der Mathematiker Leonardo da Pisa, genannt Fibonacci. Von 1180 bis 1220 hat er gelebt. Fibonacci war einer der ersten, der mit indisch-arabischen Zahlen, also 0 – 9 operierte. Er hat die Fibonacci Reihe angeblich bei Kaninchenvermehrungsbeobachtungen ausgemacht und dann in seinem Buch *Liber Abaci* 1202 vorgestellt.

Die Reihe entsteht dadurch, dass jedes weitere Glied sich durch Addition der beiden vorherigen Zahlen ergibt. Also:

1; 1+1= 2; 2+1=3; 3+2= 5; 5+3= 8; ...

Die Fibonacci-Reihe 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 enthält mit 144 sogar eine Bachzahl... Das Entscheidende ist, dass jeweils zwei benachbarte Zahlen zueinander eine Proportion bilden, die sich dem sogenannten Goldenen Schnitt nähert.

Von der Anwendung proportional bestimmter Noten- und Rhythmusanteile in einzelnen Abschnitten einer „isorhythmischen Motette“ haben wir in der ersten Folge bereits gehört. Dabei beschränkten sich – Sie erinnern sich, Color- und Taleateile - nicht nur auf die Mittelstimme. Am Ende einer Talea können Steigerungen durch rhythmische Komplikationen, wie Synkopierungen oder deutlich kürzere Notenwerte, sogenannte Diminutionen, erreicht werden. Einen Anfangs- und zugleich Höhepunkt dieser Entwicklung stellen die Werke Guillaume Dufays dar. Er baute die Perioden so, dass sie in genau festgelegten proportionalen Beziehungen den Zahlen der Fibonacci-Reihe entsprechen.

Seine fünfstimmige Motette *Ecclesie Militantis* kombiniert zusätzlich sogar drei verschiedene Texte übereinander und miteinander.

Dufay schrieb *Ecclesie militantis* anlässlich der Papstkrönung von Eugen dem Vierten für Rom Im Jahre 1431. „Sitz der kämpfenden Kirche, der bis an den Himmel siegreichen Kirche“ intoniert die Triplumstimme, die zweite appellierte an die Geistlichkeit: „Möge auf Geheiß der Heiligen, möge durch den andachtsvollen Chor der Geistlichkeit das Niedrige und Gemeine zurücktreten“. Nach dieser Einleitung, dem Exordium der beiden Oberstimmen, folgen die restlichen Stimmen, die den Gang der Zeiten beklagen.

*Ecclesie Militantis*: Es singt das Huelgas Ensemble unter Paul van Nevel.

---

## Musik 4.1

Guillaume Dufay: Ecclesiae militantis

Huelgas Ensemble

Leitung: Paul van Nevel

M0729459-006

5'03

---

„Als dringender Gesang der Engel, der Wohlklang des göttlichen Paradieses vom Himmel herab, lieblich an unser irdisches Ohr mit geheimnisvoller göttlicher Kunde“, so beschrieb ein Augenzeuge die Aufführung dieser Motette in einer italienischen Kathedrale. *Ecclesiae militantis* komponiert in der ersten Hälfte des 15. Jahrhunderts von Guillaume Dufay. Das Huelgas Ensemble sang unter Paul van Nevel.

Musik, die göttlich und perfekt ist in ihren ausgerechneten Zahlen-Proportionen, und die in eine seltsame, sich vom hier und jetzt distanzierende Stimmung versetzt. Vergleichbar mit dem Palast der Schneekönigin bei Hans Christian Andersen oder, um einen ganz profanen Vergleich zu bringen: als wenn man in einer völlig designten Wohnung stünde, wo jede persönliche Regung das perfekte Design durcheinander bringt und wo man am Besten nichts anrührt und sich erst gar nicht mehr bewegt. Konstruierte akustische Vollkommenheit, die das Ohr auch ohne mitzuzählen realisiert, in der sich der Mensch, mit seinen profanen menschlichen Regungen allerdings nicht wiederfindet.

Das ist mit dem Goldenen Schnitt ganz anders. Der ist ein universelles ästhetisches Prinzip, das den Proportionen im menschlichen Körper entspricht und in den Bereichen der Kunst wie Architektur, Bildhauerei und der Musik Anwendung fand. Die mathematische Definition der *Divina Proportione* lautet: „Eine Strecke wird so geteilt, dass sich das größere Teilstück zum kleineren verhält wie die gesamte Streckenlänge zum größeren Teilstück“.

Es gibt also keine absolute Symmetrie sondern die Mittelfindung schafft immer leicht ungleiche Teile. „Vor allen Komponisten seiner Zeit, war Haydn sich dessen ganz bewusst, dass absolute Symmetrie den künstlerischen Tod bedeute“, das bemerkte kein Geringerer als Igor Strawinsky, der Haydn offensichtlich sehr schätzte. Der Goldene Schnitt wird ja eigentlich mit J. S. Bach oder mit Werken von Komponisten der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts in Verbindung gebracht. Aber mit dem biedereren Komponisten Joseph Haydn?

Zweifelloos ist dieser Komponist der Wiener Klassik, der am meisten unterschätzt.

Im ersten Satz seiner Klaviersonate Es-Dur Hob. XVI:52 lassen sich per Taktzählung Goldene Schnitte am laufenden Band ausrechnen. Die Exposition der Klaviersonate besteht aus 43 Takten, die Rückkehr des Hauptthemas in der Dominant-Tonart B-Dur erfolgt in Takt 17, der Eintritt eines zweiten Themas ebenfalls in B-Dur in Takt 27 und der Eintritt nach einer kurzen Pause von zwei halben Noten im 38. Takt einsetzend, entsprechen den Zeit-Verhältnissen des Goldenen Schnitts. So rechnet der Haydenspezialist Marc Vignal vor, der ein ganzes Buch mit Haydn'schen Goldenen Schnitten vollgerechnet hat.

Wir hören hinein in Haydns Wunderwelten des Goldenen Schnitts. Mit dem Allegro der eben erwähnten Es-Dur-Sonate. 14 Jahre vor seinem Tod hat Haydn sie laut Autograph vollendet. Also 1794. Es spielt Andreas Staier

---

## **Musik 4.2**

Joseph Haydn: Allegro aus der Sonate in Es-Dur Hob XVI:52

Andreas Staier (Hammerflügel)

DHM RD77160

**7:48**

---

Das Allegro aus der Klaviersonate Es-Dur Hobokenverzeichnis XVI Nummer 52 von Joseph Haydn, mit Andreas Staier am Hammerflügel.

Ob es hörbar war oder nicht, diese Komposition, was Themeneinsätze und Abschnittsbildungen angeht, gehorcht in der zeitlichen Organisation den Prinzipien des Goldenen Schnitts. Das belegt Marc Vignal in seinem Buch über die Goldene Zahl in Joseph Haydns Werken. Hat Haydn in seiner kompositorischen Arbeit dieses ästhetische Prinzip unwillkürlich, oder ganz bewusst, eingesetzt? Hat Joseph Haydn das alles „ausgerechnet“? Wir wissen es nicht, die goldene Zahl wirkt jedenfalls in seinen Werken.

Der ungarische Musikwissenschaftler Ernő Lendvai war einer der ersten, der bei Bela Bartók nach Zahlen schnüffelte. Er analysierte unter anderem Bartóks *Musik für Schlagzeug, Saiteninstrumente und Celesta*. Und generierte Ergebnisse in Bezug auf die Fibonacci-Zahlen, die den Goldenen Schnitt erzeugen.

Zur Erinnerung:

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 (eine Bachzahl!!!) 233 undsoweiter...

Und so zählt Ernő Lendvai im ersten Satz: Er ist 89 Takte lang. Der lauteste und dynamische Höhepunkt ist in Takt 55 zu finden. Die ersten 55 Takte sind in 34 und 21 Takte aufzuteilen – Fibonacci-Zahlen und ein Fibonacci-Verhältnis. Ebenso der 2. Teil mit 34 und 21 Takten, die sich im Verhältnis zueinander dem Goldenen Schnitt ebenfalls nähern. Ähnliches und mehr findet Lendvai auch in der Sonate für zwei Klaviere und Perkussion und weiteren Werken, sodass er die These aufstellte:

„Die Fibonacci-Reihe ist ein dominierendes Prinzip in Bela Bartóks Kompositionen“.

Bartók selbst hat darüber übrigens nie ein Wort verloren... Bartók hat sich auch nie über die Art und Weise geäußert, wie er komponiert. Seine Kompositionstechnik blieb daher Geheimnis-umwittert. Vielleicht lag es daran, dass seine Musik als verkopft galt, und er diesen Eindruck nicht mit zahlenorientierten rationalen Herangehensweisen unterstreichen wollte.

Aber sind Zahlenanalysen wirklich ein Indiz für Verkopftheit? Oder nicht eher ein Indiz für eine intellektuelle Spielerei, die, wie wir bei Bach bereits gehört haben, gut klingen kann?

Jetzt klingt Bartók, der 1. Satz aus der Musik für Saiteninstrumente, Schlagzeug und Celesta mit dem BBC Symphony Orchestra unter Pierre Boulez.

---

### **Musik 4.3**

Bela Bartók: Musik für Saiteninstrumente, Schlagzeug und Celesta SZ 106

BBC Symphony Orchestra

Leitung: Pierre Boulez

Sony Classical SM2K64100

**7'24**

---

Der erste Satz aus Bela Bartóks Musik für Saiteninstrumente, Schlagzeug und Celesta mit dem BBC Symphony Orchestra unter Pierre Boulez.

Der ungarische Musikwissenschaftler Ernő Lendvai zählte in seinen Bartók-Studien Goldene Schnitte am laufenden Band. Und natürlich gibt es seit 1982 auch eine Gegendarstellung. Roy Howat unterstreicht dennoch, dass mathematische Analysen und die Entdeckungen von wiederkehrenden Mustern und Strukturen innerhalb der Musik Hinweise auf Kompositionsweisen

geben könnten. Und vielleicht sogar helfen, die emotionale Wirkung eines Stückes besser zu verstehen. Das wird allenthalben ja auch immer wieder behauptet, dass zwischen Zahlenkonstruktion und emotionaler Wirkung eine unzertrennliche Verbindung walte.

Und jetzt zählen wir mit einem Komponisten, bei dem ich es nicht für möglich gehalten hätte, dass er mit Zahlen jongliert. Aber in Dietrich Buxtehudes Triosonate Opus 2 Nummer 2 spielt der Faktor 10 eine strukturgebende Rolle. Und zwar um die Arietta herum, dem vierten Abschnitt dieser Sonate. Ein achttaktiges Thema wird zehnmal – jeweils mit Wiederholungen – variiert. Darum gruppieren sich zwei Largo-Teile in dazu abgestimmter Taktlänge. Das erste Largo hat 8 Takte (1/10 der Arietta ohne Wiederholungen 80), das zweite 16 Takte (=1/10 der Arietta mit Wiederholungen 160). Die ersten drei Abschnitte umfassen 150 Takte, (1/10 davon entfällt auf die langsamen Teile (Adagio 7 und Largo 8).

Sie müssen jetzt nicht zählen, um die Musik zu genießen. Es spielen Monica Hugget, Violine, Sarah Cunningham, Viola da gamba und Mitzi Meyerson, Cembalo.

---

#### **Musik 4.4**

Dietrich Buxtehude: Sonate D-Dur op. 2,2 BuxWV 260

Trio Sonnerie

WDR EIGENPROD 6046734104.001.001

**7'01**

---

Das Trio Sonnerie mit der Trio-Sonate Opus 2 Nummer 2 von Dietrich Buxtehude.

Nachdem Sie hier in der Arietta den strukturgebenden Faktor der 10 erleben durften, geht es mit Karlheinz Stockhausen in die goldenen Vollen und wieder ran an die Fibonacci-Zahlen. In seinem berühmten Klavierstück IX haben sogar die meisten Takte Fibonacci-Signaturen.

Zur Erinnerung: 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 und 233 lauten die Zahlen der Reihe.

Klaus Legalay hat ausgerechnet, dass die Stockhausenschen Dauerreihen in besagter Klaviersonate in Folge jeweils im Grundmaß 1 zu 8 folgende Werte ergeben: 21, 3, 1, 13, 2, 2, 8, 5, 13, 3, 2, 8, 3, 5, 1, 2, 4, 2, 3, 1, 2, 3.

Fast alles Fibonacci-Zahlen.

Die Tempoangabe: eine Achtel gleich 60 und eine Achtel gleich 160 ergäben allerdings 142 statt 144, bzw 87 statt 89 Achtel. Kleine Unschärfen sind dabei. Es gibt aber jeweils eine Gruppe mit 1 bis 8 Takten, die wiederum in der Menge der enthaltenen Achtel Fibonacci-Zahlen ergeben. Die Gruppe mit 8 Takten insgesamt 87 Achtel, die Gruppe mit 7 Takten 53 Achtel, die Gruppe mit 6 Takten 19 Achtel, mit 4 11 Achtel, mit 3 6 Achtel, mit 2 3 Achtel, mit einem eine Achtel.

Wahrscheinlich käme niemand meiner Kolleginnen und Kollegen auf die Idee, bei der Einführung in dieses Klavierwerk eine solche Rechnung zu präsentieren. Da würde eher drauf verwiesen, dass Karlheinz Stockhausen mit seinen 14 Klavierstücken den romantischen Klaviersonatenbegriff zerlegen wollte. Vor allem mit dem Klavierstück IX, uraufgeführt 1962 beim WDR in Köln. Es beruht auf zwei stark kontrastierenden Ideen: einem repetierten, dissonanten Akkord und einer schwebenden chromatischen Linie. 142, nicht 144 mal, wird der dissonante Akkord im Fortissimo wiederholt, kontinuierlich leiser werdend, dann noch einmal 87 – leider nicht 89 - mal, vom Fortissimo

bis zum Pianissimo abnehmend. Plötzlich stellt sich ihm ein spärliches, einstimmiges Thema entgegen, eine chromatisch gewundene Weise, bis der Akkord wieder einsetzt. Alles Fibonacci?

Stockhausen selbst rechnete übrigens für die vier Töne des wiederholten Akkords mit ungleichzeitigem Anschlag. Der Pianist der Uraufführung hieß aber Alois Kontarsky. Und der hatte einen so gnadenlos kontrollierten Anschlag, dass der Komponist bei ihm die „Zerlegung“ der Akkorde extra einfordern musste.

---

#### **Musik 4.5**

Karlheinz Stockhausen: Klavierstück IX

Alois Kontarsky (Klavier)

CBS 72592

**6'32**

---

Ein hartes Repetitionsmodell und fast unerwartet eine fast träumerische, in Halbtönen aufsteigende Phrase, bei der jede Note eine andere Dauer hat. Nach dem anfänglichen Alternieren der beiden Gedanken haben sie sich allmählich in- und übereinander geschoben. Der Uraufführungspianist von Karlheinz Stockhausens *Klavierstück IX* hieß Alois Kontarsky, den Sie hier auch hören. Das Uraufführungsjahr war 1962.

Jede Zahl erregt mittlerweile Aufmerksamkeit. Und für das Schlusstück dieser Musikstunde hier in SWR Kultur habe ich noch einen Zähler gefunden, der bis jetzt nicht unter Verdacht stand. Johann Pachelbel, ein Freund Johann Sebastian Bachs.

Johann Pachelbel hat nicht nur den auf 8 sich wiederholenden Takten bestehenden, heute so berühmten Kanon geschrieben. Sondern auch die Ciaconna in f-Moll mit 21 Variationen auf 2 mal 4 Takten! Zum Schluss werden die 8 Takte des Anfangs nur wiederholt. Dass es hier Zahlensymmetrien geben müsste, liegt nahe, denn der Nürnberger Organist der Sebalduskirche war wie Bach ein ausgewiesener Zahlenspieler. Nicht von ungefähr schenkt ihm Freund Johannes Bähr, hochfürstlicher Sächsischer Weissenwelcher Concert-Meister zum Arbeitsjubiläum 1699 eine Kabbala. Darauf: der Name „Johannes – Pachelbelius - Organista Noriberghensium nach dem bereits mehrfach erwähnten Zahlenalphabet in aufgetürmten Kolonnen ausgerechnet. Und klar, die Summe ergibt: Pachelbels Jubiläumsjahr 1699.

Bei den 21 Variationen wäre die 13. (Variation) die der Fibonaccizahl 21 vorausgehende Zahl und im Goldenen Schnitt, ist aber wohl nicht der Höhepunkt, denn der ist erst in der 21. erreicht. Wir hören gleich auch keine Orgelversion, sondern eine Bearbeitung für Barockensemble mit dem Space Time Continuo geleitet von Amanda Keesmaat, die noch einmal eine ganz eigene Interpretations- und damit Zählweise an den Tag legt. Aber das Mitzählen der zwei mal vier Takte dürfte Ihnen hier nicht schwerfallen.

Morgen gibt es noch einmal eine ganz besondere Zahlen-Chaconne von Philip Glass. Wir rechnen dann zum letzten Mal und lassen unter anderem hören, wie man ausgerechnet auf ein „Du“ trifft. Es geht also um Liebesbeziehungen, aber auch um Trauer. Lassen Sie sich überraschen.

Ich bin Sabine Weber und freue mich, wenn Sie bei der letzten Folge auch wieder dabei sind.

---

**Musik 4.6**

Johann Pachelbel: Ciaccona f-Moll für Orgel, bearbeitet für ein Ensemble

Space Time Continuo

Leitung: Amanda Keesmaat

[BR] ZR006920114-014,

**2'45**

---